Tensores

Anderson Moraes

1. Pesquise sobre grandezas físicas que são expressas por tensores. Adicionalmente, pesquise sobre o papel dos tensores na relatividade geral e nas ciências de dados.

2. Expanda os tensores e equações dados em seguida para duas e três dimensões: (i) x_i, (ii) A_{ij} e $a_{ij} = b_i c_j$.

3. Dê o número de índices livres para os tensores que se seguem: (i) a_i, (ii) A_{ii}, B_{ijk} e $Cijij$.

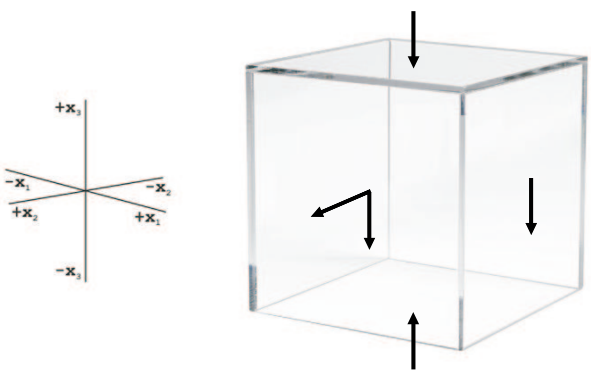
4. Lembrando da convenção de Einstein, expanda os tensores e equações que se seguem: (i) a_{ii}, (ii) δ_{ij}, onde δ_{ij} é o delta de Kronecker, e (iii) $a_i = b_{ij} c_j$.

5. Considerando i, j, k, l = 1 a 3, quantos termos há em b_{ijkl}, c_{kl} e $a_{ij} = b_{ijkl} c_{kl}$?

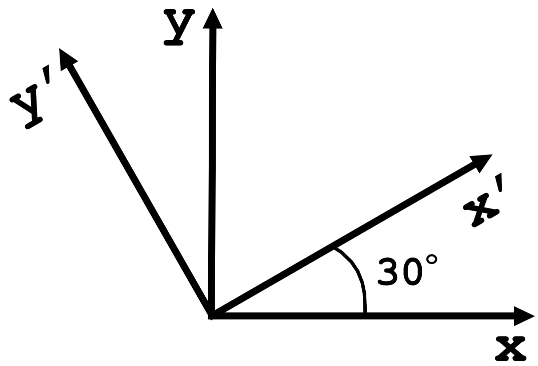
6. Utilizando a notação indicial, como você representaria o produto escalar entre dois vetores?

7. Utilizando as propriedades do delta de Kronecker, verifique que $\delta_{ki} T_{kj} = T_{ij}$.

8. De acordo com a figura abaixo, determine os índices e os sinais das componentes do tensor em parte nela representado.



9. Dados os sistemas coordenados cartesianos ortogonais inicial e final representados na figura abaixo, dê o tensor de transformação para se fazer a transformação de coordenadas de tensores entre os dois sistemas coordenados.



10. Implemente um programa para fazer a transformação de coordenadas do tensor T dado abaixo, sendo A o tensor de transformação.

$$A = \begin{pmatrix} 0,25 & -0,5 & 0 \\ 0,87 & 0,43 & 0,87 \\ -0,43 & -0,75 & 0,5 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 10 & -4 & 7 \\ -4 & -6 & -2 \\ 7 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

11. Escreva, para três dimensões, um tensor nulo, um tensor isotrópico, um tensor simétrico e um tensor anti-simétrico.

12. Encontre os autovalores e autovetores do tensor dado abaixo.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Dê os invariantes e a equação característica do tensor escrito abaixo.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

14. Sendo x_i um sistema coordenado cartesiano ortogonal, como você interpretaria um tensor dado por $\frac{\partial t_i}{\partial x_j}$? Qual é a ordem dele?