

Deformação Finita de Estruturas Geológicas

Anderson Moraes

Rigorosamente, a deformação de entidades geológicas depende dos gradientes dos deslocamentos em todas direções e não tão somente de relações geométricas necessariamente lineares. Dessa forma, para uma análise da deformação robusta, deve-se tentar utilizar a teoria acerca do tensor gradiente de deformação dado por:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \text{ e } F_{ij}^{-1} = \frac{\partial X_i}{\partial x_j}$$

onde X_i e x_i são as coordenadas iniciais e finais. Em quadros homogêneos de deformação, os famigerados exemplos são:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{translação } F_{ij} = \delta_{ij}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad \text{rotação rígida por } \omega$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad \text{cisalhamento puro estiramento } k \text{ em } x_1$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{cisalhamento simples em } x_1 \\ \text{deformação cisalhante } \gamma \end{array}$$

Deve-se lembrar que a concatenação das deformações no tempo para i eventos é feita por:

$$F^f = F_n^i \dots F_2^i F_1^i$$

onde F^f é o tensor gradiente de deformação final.

As deformações geológicas são geralmente heterogêneas e, assim, F_{ij} encerraria componentes dependentes do espaço. Como corolário, considerando transformações

não-lineares, a transformação de coordenadas entre o deformado e o indeformado não poderia ser feita por um F com componentes constantes. Possibilidades práticas: (i) concatenar os F^i que representam deformações homogêneas individualmente pouco expressivas ou, melhor, (ii) discretizar o meio de forma que pontos contíguos sofram transformações lineares, tendo-se F distintos em cada ponto. Note que há necessidade de se conhecer as geometrias do indeformado e do deformado, o que não é tarefa fácil. Mas há luz no fim do túnel. Pode-se valer da restauração estrutural ou, no caso de modelos físicos por materiais análogos, rastrear marcadores, de preferência quadrados ou retângulos, pois círculos dificultam ou mesmo inviabilizam o acesso às rotações. Como ilustra a Figura 1, pode-se conseguir o tensor gradiente de deformação local por simples análise das coordenadas dos marcadores no indeformado e no deformado.

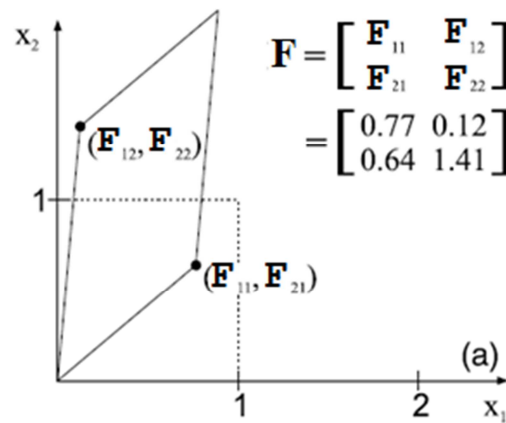


Figura 1

Como exemplo, apresenta-se o cálculo apenas da deformação longitudinal inicialmente, por simplicidade. A Figura 2 poderia sugerir uma deformação horizontal, direção horizontal X_1, x_1 , pouco expressiva, pois se tem compressão seguida de extensão, uma quase “anulando” a outra. Contudo é claro que a deformação foi complexa. Fazendo-se uma restauração estrutural básica (*e.g.* feita com a tecnologia do... barbante, no caso), a Figura 3 mostra a deformação na horizontal total. Em não se analisando os eventos separadamente, o meio sofreu uma deformação finita na direção horizontal $e = +6,7\%$, portanto extensional, obtida através do cálculo da componente F_{11} do tensor gradiente de deformação, no caso $F_{11} = 1,067$. Claramente, o desenvolvido não resolve a questão de se contar a história deformacional. Assim, como mostra a Figura 4, pode-se separar em duas fases, o que leva a $e_c = -10\%$, pois $F_{c11} = 0,9$, na fase

compressional, e $e_e = +18,5\%$, pois $F_{e11} = 1,185$, na fase extensional. Note que se for aplicado:

$$F_{T11} = 0,900 \times 1,185 = 1,067$$

para se obter a componente total F_{T11} , recupera-se, como seria de se esperar, exatamente o caso imediato, sem considerar duas fases.

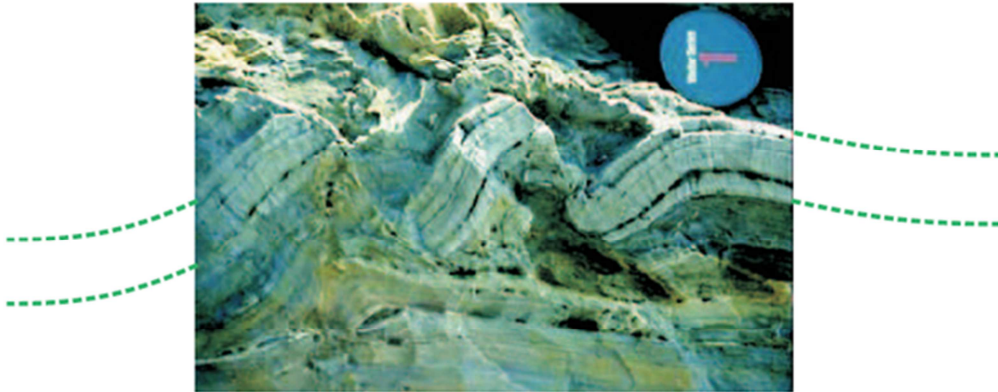
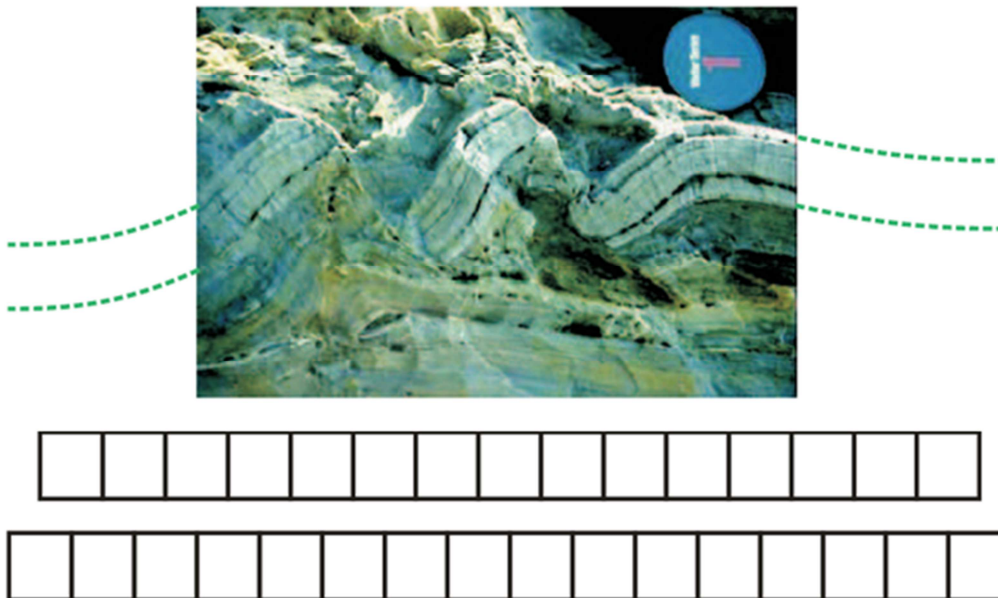


Figura 2



$$e_T = +06,7\%$$

$$F_{T11} = 1,067$$

Figura 3

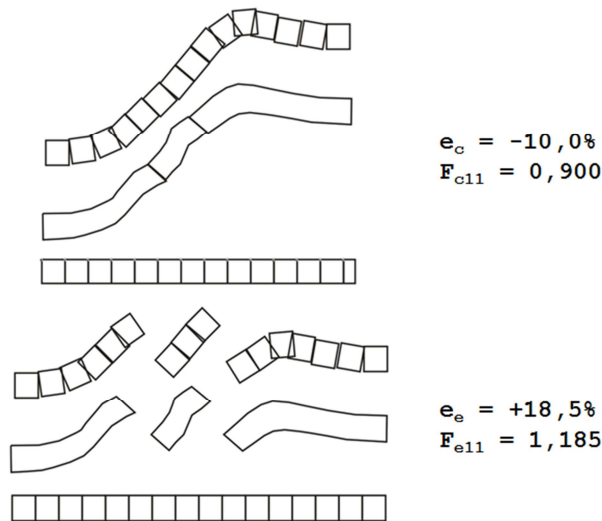


Figura 4

Até o momento não foi utilizado o tensor gradiente de deformação cheio, mas apenas sua componente F_{11} para ilustrar a deformação total na horizontal. A rigor, deve-se aplicar uma análise de deformação completa pelo tensor gradiente de deformação, obtendo-se tensores cheios, o que é feito em função de se ter o meio discretizado em pequenos quadrados. Ao aplicar o tensor gradiente de deformação cheio, a análise fica extremamente mais robusta, pois se tem a variabilidade espacial da deformação. A Figura 5 mostra o quadro deformacional das duas fases e o total. A complexidade é evidente. Por exemplo, as cores quentes significam perda de volume e as cores frias ganho de volume. Note que o quadro geral de deformação é claramente heterogêneo, mas em cada pequeno quadrado a deformação é homogênea.

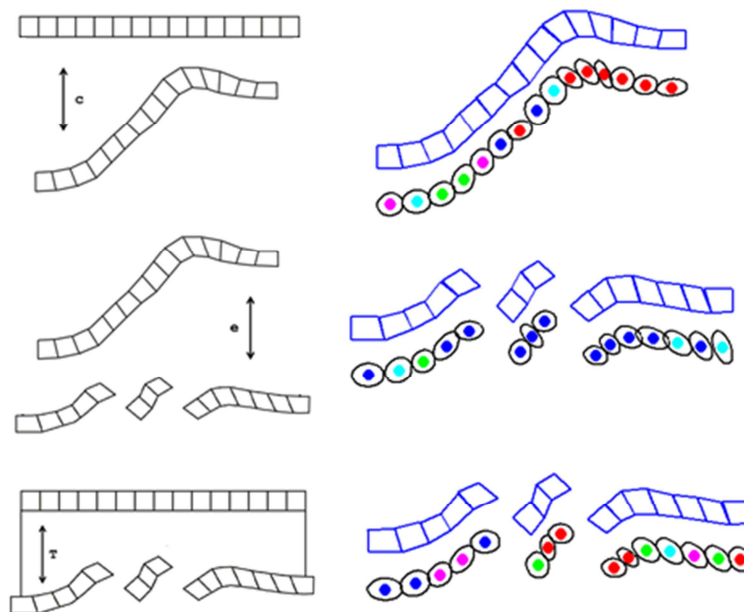


Figura 5

O procedimento discutido pode ser facilmente aplicado em modelos físicos por materiais análogos, pois, *a priori*, sabe-se a geometria do deformado. Como mostra a Figura 6, pode-se aplicar o tensor gradiente de deformação facilmente nas camadas que se queira. Note que o encurtamento foi de -15%, mas seguramente a deformação ao longo da camada foi extremamente mais complexa. Por exemplo, ao longo da camada monitorada, vê-se que as elipses encerram excentricidades variadas e há regiões com ganho e com perda de volume e, claro, ao longo de todo o modelo ocorrem complexidades equivalentes.

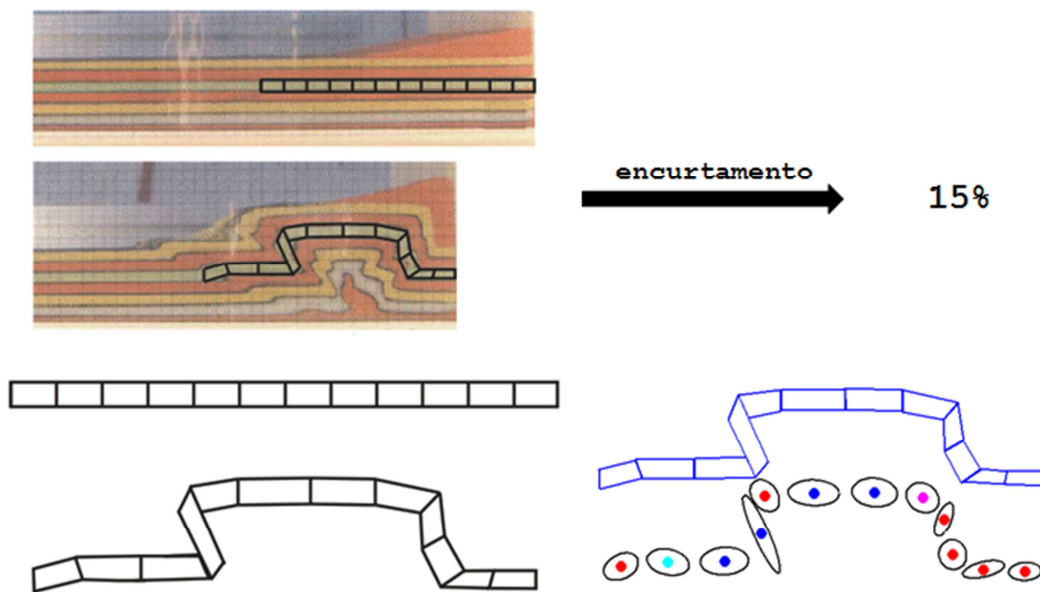


Figura 6

Em síntese, cuidado ao calcular a deformação! A visão imediata de medir as dimensões inicial L e final l e aplicar a relação:

$$e = \frac{l - L}{L}$$

é extremamente sofrível e NÃO ilustra o quadro deformacional geral, restringindo sobremaneira a interpretação geológica e suas consequências práticas.