

# TOPOLOGIA APLICADA À ANÁLISE ESTRUTURAL DE FALHAS EM AMBIENTES GEOLÓGICOS

**Anderson Moraes**

## **Introdução**

O presente trabalho apresenta breves aplicações de conceitos e de técnicas acerca da topologia na análise estrutural imediata de falhas em ambientes geológicos, em especial em bacias sedimentares. Inicialmente, contextualiza-se a topologia e sua aplicabilidade em geologia. Em seguida, serão apresentados os fundamentos da topologia, em especial no que se refere ao tratamento da conectividade de redes de descontinuidades em duas dimensões visando a aplicação em geologia estrutural. Discorre-se depois, brevemente, sobre a implementação computacional realizada. Na sequência, após se contextualizar as relações entre topologia e complexidade estrutural, são propostas aplicações prospectivas da topologia relativa à conexão de falhas e fraturas no que se refere à análise estrutural. Por fim, são dispostas algumas digressões e propostas de desenvolvimento auxiliares ao tema exposto.

## **Contexto da Topologia**

A topologia é uma das áreas da matemática que mais encerra desdobramentos práticos ímpares nas ciências e técnicas. Por uma definição ligeira, a topologia é o ramo da matemática, especificamente da teoria dos grafos e da geometria, que estuda os espaços contínuos e suas relações intrínsecas de conectividade e continuidade, propriedades estas que não se alteram mesmo quando ocorrem determinadas transformações do meio. Por exemplo, a topologia é aplicada na montagem de modelos computacionais em duas e três dimensões, na elaboração de malhas estruturadas ou não para análise por métodos numéricos e na edificação da estrutura de proteínas e do DNA. Sugere-se, para uma abordagem mais ampla conquanto básica, o livro de Crossley (2005), que oferece um excelente exposição ao que é essencial da topologia.

## **Topologia em Geologia**

Curiosamente, embora as representações dos espaços geológicos como os

mapas, as seções, os blocos diagramas e as tramas estratigráfica e estrutural sejam tópicos facilmente tratados pela topologia, a aplicação da topologia em geologia ainda é relativamente discreta. Todavia, há trabalhos relevantes, e pode-se dizer que recentemente esteja a ocorrer uma retomada na aplicação da topologia em problemas geológicos. Possivelmente, Burns (1975), ao estudar a sequência de eventos geológicos, foi um dos primeiros a se valer de conceitos acerca da topologia com o intuito de trabalhar questões geológicas. Thiele et al. (2016a) e Thiele et al. (2016b) apresentam uma síntese expositiva sobre a utilização da análise topológica de entidades geológicas e sobre o tratamento de incertezas relacionadas ao tema. Especificamente em geologia estrutural, Valentini et al. (2007), Sanderson e Nixon (2015), Sanderson e Nixon (2018), Sanderson et al. (2019) e Turlin et al. (2019) trabalham com as relações de conectividade da topologia para caracterizar meios descontínuos. Por sua vez, Morley e Nixon (2016), Duffy et al. (2017) e Morley e Binazirnejad (2020) se valem da topologia para analisar a conectividade estrutural e a complexidade tectônica em determinadas áreas em regime extensional. Jing e Stephansson (1997), Manzocchi (2002) e Sævik e Nixon (2017) estudam a estrutura de percolação e de permeabilidade de meios fraturados através de relações topológicas inerentes destes meios. Ainda, o programa computacional FracPaQ (Healy et al., 2017) encerra um módulo para tratamento topológico de fraturas e o programa computacional NetworkGTI (Nyberg et al., 2018) é designado particularmente para a análise topológica de redes de fraturas.

## **Fundamentação da Topologia**

O estudo da topologia abarca as propriedades do espaço topológico que são mantidas ao longo de transformações contínuas que ele sofra (i.e. deformação), como as relações de disjunção, de adjacência e de superposição (parcial ou total).

Particularmente importante para a análise de discontinuidades geológicas são as relações topológicas inerentes a tramas de falhas e fraturas. Em três dimensões as superfícies das discontinuidades terminam em suas linhas de contorno ou se interceptam mutuamente, definindo linhas de intersecção. Em uma análise em duas dimensões, as fraturas definem traços na superfície em que se trabalha (e.g. afloramento, seção, mapa), sendo que esses traços terminam em um ponto, se tocam (abut, em inglês) ou se interceptam, definindo a topologia dos nós, na ordem, como nós isolados (nós tipo I), nós de toque (nós tipo Y) ou nós de cruzamento (nós tipo X). Adicionalmente, os segmentos delimitados por estes nós podem ser classificados em três grupos topológicos em função

de se ter em suas terminações nós isolados (nós tipo I) ou nós de conexão (nós tipo C, que podem ser nós tipo Y ou nós tipo X). Dessa forma, os segmentos podem ser delimitados somente por nós isolados, os chamados segmentos isolados (segmentos tipo I-I), por nós isolados e nós de conexão, os chamados segmentos parcialmente conectados (segmentos tipo I-C), ou por somente nós de conexão, os chamados segmentos duplamente conectados (segmentos tipo C-C). A Figura 1 ilustra os tipos de nós e de segmentos decorrentes da interação entre os traços de fraturas em duas dimensões. Note que especialmente os nós tipo Y são deveras frequentes em meio geológicos fraturados, em função, basicamente, do processo de captura (arrest, em inglês) de uma fratura por outra no desenrolar da propagação de fraturas. Ainda, quando da geração de redes de fraturas de forma estocástica, os nós tipo Y tenderiam a aparecer tão somente ao se truncar numericamente os traço gerados no modelo. Nestes modelos, como regra, sem tal truncamento, seriam gerados praticamente somente nós tipo I e tipo X. Com o truncamento numérico, de uma forma geral, nós tipo I, principalmente, e nós tipo X seriam reconduzidos a nós tipo Y.

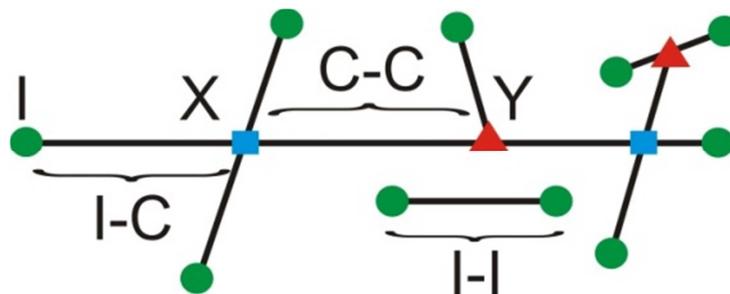


Figura 1 – Tipos de nós e de segmentos decorrentes da interação entre os traços de fraturas em duas dimensões.

A quantificação da ocorrência dos três tipos de nós e dos três tipos de segmentos pode ser utilizada para definir as características topológicas do meio fraturado, como sintetizado em Sanderson e Nixon (2015). As proporções de ocorrência de cada tipo de nó são dadas por:

$$P_I = \frac{N_I}{N_n}, P_Y = \frac{N_Y}{N_n} \text{ e } P_X = \frac{N_X}{N_n} \quad (1)$$

onde  $N_I$ ,  $N_Y$  e  $N_X$  são os números de ocorrência de cada tipo de nó e  $N_n$  é o número total de nós, com evidentemente  $P_I + P_Y + P_X = 1$ . Como um nó tipo I produz uma terminação, um nó tipo Y produz três terminações e um nó tipo X produz quatro terminações, o número

total de segmentos é computado por:

$$N_B = \frac{(N_I + 3N_Y + 4N_X)}{2} \quad (2)$$

Dessa forma, as proporções de ocorrência de cada tipo de segmento são calculadas através de:

$$P_{I-I} = \frac{N_{I-I}}{N_B}, P_{I-C} = \frac{N_{I-C}}{N_B} \text{ e } P_{C-C} = \frac{N_{C-C}}{N_B} \quad (3)$$

onde  $N_{I-I}$ ,  $N_{I-C}$  e  $N_{C-C}$  são os números de ocorrência de cada tipo de segmento, com, é claro,  $P_{I-I} + P_{I-C} + P_{C-C} = 1$ . O número médio de conexões por segmento é dado por:

$$C_B = \frac{(3N_Y + 4N_X)}{N_B} = \frac{2(3N_Y + 4N_X)}{(N_I + 3N_Y + 4N_X)} \quad (4)$$

O número médio de conexões por segmento, que varia de 0 a 2, indica o nível de conectividade do sistema (0 para um sistema sem conectividade e 2 para um sistema totalmente conectado). Contudo, como sugere a equação 4, o número médio de conexões por segmento não é independente da topologia do meio. Ainda, as probabilidades da terminação de qualquer segmento ser um nó isolado (nó tipo I) ou um nó de conexão (nó tipo Y ou nó tipo X) são dadas respectivamente por:

$$p_I = \frac{N_I}{(N_I + 3N_Y + 4N_X)} \text{ e } p_C = \frac{(3N_Y + 4N_X)}{(N_I + 3N_Y + 4N_X)} \quad (5)$$

Atribuindo-se randomicamente os nós nos segmentos, as probabilidades para cada tipo de segmento ficam:

$$p_{I-I} = p_I^2, p_{I-C} = p_I p_C \text{ e } p_{C-C} = p_C^2 \quad (6)$$

De posse das proporções de ocorrência de cada tipo de nó e de cada tipo de segmento, pode-se construir os respectivos diagramas ternários, como mostra a Figura 2. Adicionalmente, no diagrama ternário para os tipos de nós dispõe-se os valores de  $C_B$  continuamente por segmentos de reta em acordo com a equação 4 e no diagrama ternário para os tipos de segmentos é graficada a curva dos resultados atribuídos

aleatoriamente para os tipos de nós nos segmentos conforme  $C_B$  aumenta em acordo com a equação 6. Uma diversidade de parâmetros extremamente úteis para a interpretação geológica de meios descontínuos pode ser obtida através da combinação da análise topológica com as mensurações das dimensões intrínsecas do meio (e.g. densidade de fraturas, intensidade adimensional). Sugere-se fortemente a leitura de Sanderson e Nixon (2015) para se buscar detalhes da formulação acerca da análise topológica de meios descontínuos.

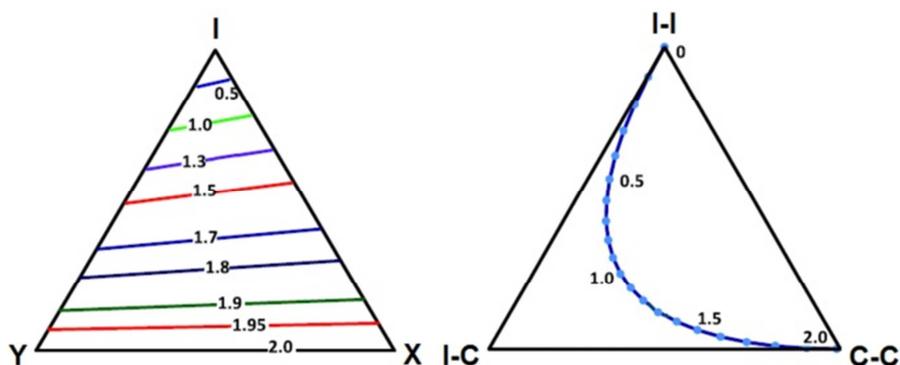


Figura 2 – Diagramas ternários das proporções de ocorrência para os tipos de nós e de segmentos com valores do número médio de conexões por segmento.

### Implementação Computacional

Foi implementado por parte do autor um procedimento computacional em MATLAB para a realização da análise topológica de meios descontínuos em duas dimensões, programa denominado Golintop. A entrada de dados para o programa se constitui tão somente de um arquivo texto que encerra as coordenadas iniciais e finais das discontinuidades do meio devidamente digitalizadas. Com o objetivo de se captar conexões Y e X que por ventura não sejam qualificadas pelo processo de digitalização ou mesmo em razão de uma interpretação estrutural imediata, são feitos três níveis de truncamento decimal com média por volta de 1%, 2% e 3% do comprimento da diagonal da área analisada. Em seguida, fazendo-se a análise topológica propriamente dita, reconhece-se e quantifica-se os tipos de nós e de segmentos que ocorrem no meio, o que possibilita calcular os parâmetros topológicos necessários, graficar a topologia do sistema e gerar os diagramas ternários.

## Topologia e Complexidade Estrutural

A menor ou maior complexidade estrutural de uma área pode ser avaliada ao se conceber heurísticamente uma relação de menor e maior ocorrência de intersecções e de segmentos conectados na trama tectônica. Em decorrência, a complexidade estrutural das zonas de falhas e fraturas pode ser avaliada através da topologia por intermédio de diversos diagramas, grafos e parâmetros. Os diagramas ternários para os tipos de nós e de segmentos sugerem o nível de complexidade estrutural para uma área. Concebe-se maior complexidade quando predominam nós tipo Y e X e segmentos tipo I-C e, principalmente, C-C. Em especial, o número médio de conexões por segmento, parâmetro  $C_B$ , equação 4, como discutido anteriormente, quantifica a conectividade do sistema, podendo ser utilizado como um balizador para mensurar o nível de complexidade estrutural de determinado ambiente geológico. Assim, grosso modo, com  $C_B$  variando de 0 a 2, sugere-se uma menor complexidade estrutural para valores baixos e uma maior complexidade estrutural para valores altos. Baseando-se nos valores apresentados para regime transcorrente em Sanderson e Nixon (2015) e para regime extensional em Morley e Nixon (2016), Duffy et al. (2017) e Morley e Binazirnejad (2020), pode-se arbitrariamente assumir baixa complexidade estrutural para  $C_B < 1$ , média complexidade estrutural para  $1 \leq C_B < 1,3$  e alta complexidade estrutural para  $C_B \geq 1,3$ . A Figura 3 mostra os campos de complexidade estrutural delimitados pelos valores escolhidos para  $C_B$  nos diagramas ternários para os tipos de nós e de segmentos. Deve-se lembrar que a linha curva é tão somente um orientativo, pois provém dos resultados ponderados pelas probabilidades de ocorrência atribuídos randomicamente para os tipos de nós nos segmentos.

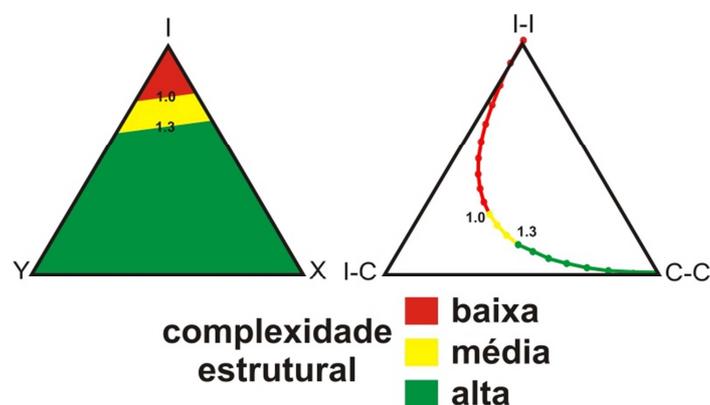


Figura 3 – Diagramas ternários para os tipos de nós e de segmentos delimitados para os campos de complexidade estrutural em acordo com os valores escolhidos para  $C_B$  (veja o texto para maiores detalhes).

## **Topologia na Análise Estrutural de Falhas nos Regimes Extensional, Compressional e Transcorrente**

A análise estrutural de falhas por topologia nos regimes extensional, compressional e transcorrentes foi conduzida para se calibrar o procedimento computacional elaborado e, em adição, prospectar distinções e semelhanças gerais entre esses três regimes. Inicialmente, reproduziu-se perfeitamente as análises topológicas dos cinco exemplos de riftes, regime extensional portanto, do estudo de Duffy et al. (2017). Adicionalmente, com o intuito de captar a topologia das falhas nos regimes compressional e transcorrente, foram analisadas também cinco áreas para cada um deles. Nesses casos, foram utilizados os mais variados mapas estruturais obtidos na rede mundial de computadores. Em regime extensional as áreas abordadas foram o Mar do Timor (Austrália), o Gráben de Whakatane (Nova Zelândia), o Golfo de Suez (Egito), a plataforma de Horda (Mar do Norte da Noruega) e o sopé do Norte do Alasca (Estados Unidos). Em regime compressional as áreas analisadas foram o prisma de acreção de Taiwan, os Andes Centrais, o Himalaia, o setor Tapajós (Brasil) e o Sul-Sudeste da Bahia (Brasil). Em regime transcorrente as áreas computadas foram o Mar Morto, a Falha Alpina (Nova Zelândia), o limite das placas Australiana-do Pacífico, a Falha de El Salvador e a Falha de San Andres (Estados Unidos). As áreas em cada regime foram apresentadas anteriormente ordenadas da menos para a mais complexa estruturalmente já em acordo com os valores de  $C_B$  previamente calculados.

A Figura 4 mostra os diagramas ternários para os tipos de nós e de segmentos para as áreas dos três regimes tectônicos analisados, com os valores limites de  $C_B$  para os três níveis de complexidade estrutural sendo destacados. Como exposto anteriormente, são apresentados 3 pontos por área, totalizando 15 pontos por diagrama, em função de se trabalhar com os três níveis de truncamento decimal. Primeiramente, nota-se que estão presentes os três níveis de complexidade estrutural em cada regime tectônico. De uma forma geral, vê-se que os regimes extensional e transcorrente podem chegar a ter mais nós tipo Y que o regime compressional. O regime transcorrente, possivelmente em função da captura de falhas quando de seu desenvolvimento, tende a ter uma quantidade menos expressiva de cruzamentos de falhas, isto é, de nós tipo X, principalmente quando comparado ao regime compressional. Possivelmente no regime compressional seja desenvolvida uma boa quantidade de nós tipo X em função da frequente ocorrência de falhas de rasgamento.

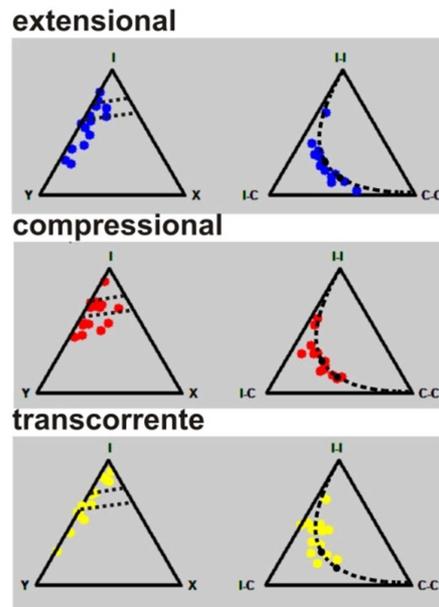


Figura 4 - Diagramas ternários para os tipos de nós e de segmentos para as áreas dos três regimes tectônicos analisados.

## Considerações Finais

O objetivo central do presente trabalho foi apresentar brevemente as aplicações de conceitos e de técnicas da topologia na análise estrutural de regiões que encerram tramas de falhas e fraturas. Basicamente, da análise topológica em duas dimensões aplicada a mapas estruturais, podem ser caracterizados o nível de conectividade das falhas e a consequente complexidade estrutural regional. Há uma gama ampla de aplicações adicionais da topologia na análise de meios descontínuos. Por exemplo, (i) podem ser gerados mapas de densidade de fraturas ao se analisar a topologia da área por diversas dimensões e escalas, (ii) pode-se computar diversos parâmetros de interesse na caracterização do fluxo de fluidos em reservatórios fraturados e (iii) é passível definir espacialmente a estrutura de permeabilidade para meios dominados por fraturas. Os tópicos objetivamente apresentados neste trabalho e os demais listados acima são plenamente contemplados nos procedimentos computacionais implementados.

## Referências Bibliográficas

- Crossley, M. 2005. Essential topology. Springer, Londres.
- Burns, K. L. 1975. Analysis of geological events. Journal of the International Association for Mathematical Geology, 7, 295–321. doi:10.1007/bf02081703.

- Duffy, O. B., Nixon, C. W., Bell, R. E., Jackson, C. A.-L., Gawthorpe, R. L., Sanderson, D. J., Whipp, P. S. 2017. The topology of evolving rift fault networks: Single-phase vs multi-phase rifts. *Journal of Structural Geology*, 96, 192–202. doi:10.1016/j.jsg.2017.02.001.
- Healy, D., Rizzo, R. E., Cornwell, D. G., Farrell, N. J. C., Watkins, H., Timms, N. E., Gomez-Rivas, E., Smith, M. 2017. FracPaQ: A MATLAB toolbox for the quantification of fracture patterns. *Journal of Structural Geology*, 95, 1–16. doi:10.1016/j.jsg.2016.12.003.
- Jing, L., e Stephansson, O. 1997. Network topology and homogenization of fractured rocks. In B. Jamtveit, e B. W. D. Yardley (eds.), *Fluid flow and transport in rocks: Mechanisms and effects* (191–202). Springer, Dordrecht. doi:10.1007/978-94-009-1533-6\_11.
- Manzocchi, T. 2002. The connectivity of two-dimensional networks of spatially correlated fractures. *Water Resources Research*, 38, 1–20. doi:10.1029/2000wr000180.
- Morley, C. K., e Nixon, C. W. 2016. Topological characteristics of simple and complex normal fault networks. *Journal of Structural Geology*, 84, 68–84. doi:10.1016/j.jsg.2016.01.005.
- Morley, C. K., e Binazirnejad, H. 2020. Investigating polygonal fault topological variability: Structural causes vs image resolution. *Journal of Structural Geology*, 103930. doi:10.1016/j.jsg.2019.103930.
- Nyberg, B., Nixon, C. W., Sanderson, D. J. 2018. NetworkGT: A GIS tool for geometric and topological analysis of two-dimensional fracture networks. *Geosphere*, 14, 1618–1634. doi:10.1130/ges01595.1.
- Sævik, P. N., e Nixon, C. W. 2017. Inclusion of topological measurements into analytic estimates of effective permeability in fractured media. *Water Resources Research*, 53, 9424–9443. doi:10.1002/2017wr020943.
- Sanderson, D. J., e Nixon, C. W. 2015. The use of topology in fracture network characterization. *Journal of Structural Geology*, 72, 55–66. doi:10.1016/j.jsg.2015.01.005.
- Sanderson, D. J., e Nixon, C. W. 2018. Topology, connectivity and percolation in fracture networks. *Journal of Structural Geology*, 115, 167–177. doi:10.1016/j.jsg.2018.07.011.
- Sanderson, D. J., Peacock, D. C. P., Nixon, C. W., Rotevatn, A. 2018. Graph theory and the analysis of fracture networks. *Journal of Structural Geology*, 125, 155-164. doi:10.1016/j.jsg.2018.04.011.

- Thiele, S. T., Jessell, M. W., Lindsay, M., Ogarko, V., Wellmann, J. F., Pakyuz-Charrier, E. 2016a. The topology of geology 1: Topological analysis. *Journal of Structural Geology*, 91, 27–38. doi:10.1016/j.jsg.2016.08.009.
- Thiele, S. T., Jessell, M. W., Lindsay, M., Wellmann, J. F., Pakyuz-Charrier, E. 2016b. The topology of geology 2: Topological uncertainty. *Journal of Structural Geology*, 91, 74–87. doi:10.1016/j.jsg.2016.08.010.
- Turlin, F., Jébrak, M., De Souza, S., Turcotte, J. 2019. Topological characterization of a polyphased gold-bearing vein network. *Journal of Structural Geology*, 103872. doi:10.1016/j.jsg.2019.103872.
- Valentini, L., Perugini, D., Poli, G. 2007. The “small-world” topology of rock fracture networks. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 377, 323–328. doi:10.1016/j.physa.2006.11.025.