

Pequeno Histórico da Mecânica do Contínuo

Anderson Moraes

Evidentemente, a fundamentação da mecânica do contínuo encontra-se diretamente relacionada às bases lançadas no *Principia* de I. Newton, publicado no final do século dezessete, onde os corpos são encarados como unidades pontuais.

Em linhas gerais, o desenvolvimento da mecânica do contínuo se contextualiza na busca de compatibilizar o mundo físico mecânico através de corpúsculos interagindo à distância e de corpos contínuos mais avantajados que encerram interação interna por contato. Nesse sentido, no século dezoito, foram fundamentais os desenvolvimentos de J. Bernoulli no estabelecimento do princípio do trabalho virtual, de D. Bernoulli para o fluxo de fluidos por uma formulação baseada na conservação da energia e de J. d’Alambert por associar o conceito de força com equações diferenciais parciais. Ainda no século dezoito, os trabalhos de L. Euler e J. Lagrange, ao embasarem as relações cinemáticas e dinâmicas para conjuntos de partículas em interação, em especial os conceitos de momento linear e angular, pavimentaram o caminho para a formação da mecânica dos meios contínuos. Assim, no primeiro quarto do século dezenove foi A. Cauchy quem, sem dúvida, formalizou as equações do movimento e o conceito de tensão para corpos idealizados como constituídos de um agregado contínuo de partículas. Em seu famigerado artigo de 1822, é apresentada a noção de tensão (embora sem o formalismo da álgebra tensorial, que ainda não fora estabelecida), a entidade que relaciona uma seção infinitesimal de um meio com a força nela aplicada, como hoje expressa a fórmula de Cauchy. Dessa forma, pode-se dizer que Cauchy estabeleceu a mecânica do contínuo. Deve-se salientar que no tratamento de Cauchy o tensor de tensão é estritamente simétrico, o que leva à denominada mecânica do contínuo clássico no presente texto. Em seguida, ainda no século dezenove e também sem o formalismo acerca da teoria dos tensores, G. Piola estabeleceu um formato distinto para as equações envoltas na mecânica do contínuo ao trabalhar com as configurações de referência (material) e atual (espacial) dos meios contínuos, possibilitando um tratamento conceitual mais amplo para as deformações finitas. G. Kirchhoff, independentemente, introduziu conceitos e formulações na mesma linha das propostas por Piola. Assim, por exemplo, foram formalizados o que hoje se denomina primeiro e segundo tensores de tensão de Piola-Kirchhoff. Contribuições fundamentais para a mecânica do contínuo, ao longo do século dezenove, foram

dadas por G. Green, ao generalizar muitos de seus equacionamentos através de teoremas de integrais, e Lord Kelvin, ao formalizar questões energéticas e termodinâmicas dos meios contínuos. Rigorosamente, é importante frisar, o tratamento da mecânica do contínuo pela álgebra tensorial começou a tomar corpo tão somente na interface dos séculos dezenove e vinte através de W. Voigt e, principalmente, de G. Ricci-Curbastro e de T. Levi-Civita. Em resumo, na transição entre os séculos dezenove e vinte, a mecânica do contínuo clássico estava bem estabelecida e deveras consistente. No século vinte, desde seu início, muitas pesquisas se dedicavam a expandir os estudos acerca do comportamento dos materiais para além da elasticidade e do fluxo de fluidos newtonianos, em especial suas reologias, seu fraturamento e seus aspectos dissipativos, como o atrito e a plasticidade.

No século vinte é essencialmente quando surge o que no presente texto é denominado de mecânica do contínuo generalizado. A mecânica do contínuo generalizado incorpora graus de liberdade internos em pelo menos algum campo físico, o que leva geralmente ao aparecimento de tensões-momento e, conseqüentemente, diferindo-se da mecânica do contínuo clássico, o tensor de tensão torna-se assimétrico. Os primeiros conceitos relativos à mecânica de um contínuo generalizado foram apresentados pelos irmãos E. Cosserat e F. Cosserat no começo do século vinte (Cosserat e Cosserat (1907), Cosserat e Cosserat (1909)), ainda que, como posto em Exadaktylos e Vardoulakis (2001), D. Bernoulli e Euler já tivessem trabalhado na formulação de problemas específicos com gradientes de ordem mais alta para tratar o campo de deslocamentos no contínuo e, adicionalmente, P. Duhem tivesse sugerido estratégias para a incorporação de rotações internas locais. Basicamente, ainda que não trabalhassem com a álgebra tensorial, os irmãos Cosserat formularam o contínuo com um grau de liberdade independente para as rotações internas, o que conduziu conseqüentemente à definição de um tensor de tensão assimétrico devido ao aparecimento de tensões-momento no sistema. Curiosamente, a atenção para aplicações da mecânica de um contínuo generalizado na engenharia só acabou se estabelecendo a partir da década de sessenta. Até essa época, segundo Brown (1987), havia aplicações que recorriam a métodos do contínuo clássico equivalente e a métodos da teoria dos meios descontínuos. Trabalhos como os de Mindlin e Tiersten (1962), Mindlin (1964) e Eringen (1967) retomaram os aspectos teóricos da mecânica dos meios contínuos generalizados. Especificamente, Mindlin (1964) estabeleceu a generalização das teorias dos meios contínuos. Segundo Figueiredo (1999), a redescoberta das possibilidades dessa mecânica se deu em um simpósio da *International Union of Theoretical and Applied Mechanics* em 1967 em Freudenstadt e Stuttgart. O trabalho de Germain (1973) oferece uma síntese abrangente dessa retomada da mecânica dos meios contínuos generalizados, com o autor

apresentando uma espécie de unificação da formulação das diversas teorias. Excelente contextualização histórica sobre a utilização da mecânica dos meios contínuos generalizados pode ser encontrada em Maugin e Metrikine (2010), publicação dedicada a trabalhos que se valem da mecânica do contínuo generalizado apresentados no evento *EUROMECH Colloquium 510* em 2009 em Paris em comemoração do centenário do livro dos irmãos Cosserat, e Altenbach et al. (2011). Adicionalmente, a partir do final do século vinte e adentrando o século vinte e um, extensões da mecânica do contínuo generalizado se deram, a exemplo, através da teoria dos gradientes de ordem mais alta, da teoria não-local, da mecânica fractal e de análises em espaços não-euclidianos.

Tópicos e teorias mais recentes no tratamento dos meios contínuos, e muitas vezes ainda em aberto, podem ser elencados, como a relação intrínseca entre a geometria diferencial e a mecânica do contínuo, a mecânica configuracional, que teve J. Eshelby como pioneiro, os estudos sistemáticos experimentais e computacionais da interação de diferentes escalas da matéria e, ainda, a mecânica relativística do contínuo.

A mecânica dos meios contínuos, maiormente a mecânica do contínuo clássico, ao longo do tempo, foi sistematicamente incorporada como ferramenta para a solução de problemas acerca de sólidos e de fluidos em engenharia. No que tange à geologia estrutural, os conceitos e as formulações da mecânica do contínuo se constituíram no arcabouço do entendimento da deformação das rochas somente a partir do final da primeira metade do século vinte. Em Maugin (2013), Maugin (2014) e Maugin (2016), donde boa parte deste pequeno histórico foi tirada, é exposto de forma exemplar o desenvolvimento histórico detalhado da mecânica do contínuo ao longo dos últimos séculos e, em especial, no século vinte. Por sua vez, em Hobbs (2019), onde o autor dispõe um excelente histórico da geologia estrutural como um todo, pode-se encontrar uma contextualização histórica sobre a utilização da mecânica do contínuo em geologia estrutural.

Referências

- Altenbach, H., Maugin, G., e Erofeev, V. 2011. *Mechanics of generalized continua*. Springer, Berlin.
- Brown, E. 1987. *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*. Allen and Unwin, London.
- Cosserat, E. e Cosserat, F. 1907. Sur la mécanique générale. *Compte Rendus Acad. Sci. Paris*, 145:1139–1142.

- Cosserat, E. e Cosserat, F. 1909. *Théorie des corps déformables*. Hermann et Fils, Paris.
- Eringen, A. 1967. Linear theory of micropolar viscoelasticity. *Int. J. Eng. Sci.*, 5:191–204.
- Exadaktylos, G. e Vardoulakis, I. 2001. Microstructure in linear elasticity and scale effects: a reconsideration of basic rock mechanics and rock fracture mechanics. *Tectonophysics*, 335:81–109.
- Figueiredo, R. 1999. *Modelagem de maciços rochosos como meios contínuos generalizados de Cosserat*. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro.
- Germain, P. 1973. La méthode des puissances virtuelles en mécanique des milieux continus. Première partie: théorie du second gradient. *J. Mécanique*, 12:235–274.
- Hobbs, B. 2019. The development of structural geology and the historical context of the journal of structural geology: a reflection by Bruce Hobbs. *J. Struc. Geol.*, 125:3–19.
- Maugin, G. 2013. *Continuum mechanics through the twentieth century. A concise historical perspective*. Springer, Dordrecht.
- Maugin, G. 2014. *Continuum mechanics through the eighteenth and nineteenth centuries. A concise historical perspective*. Springer, Dordrecht.
- Maugin, G. 2016. *Continuum mechanics through the ages - From the Renaissance to the twentieth century*. Springer, Cham.
- Maugin, G. e Metrikine, A. 2010. *Mechanics of generalized continua*. Springer, New York.
- Mindlin, R. 1964. Micro-structure in linear elasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 16:51–78.
- Mindlin, R. e Tiersten, H. 1962. Effects of couple-stresses in linear elasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 13:415–448.